Opération sur les nombres rationnels

1. Addition et soustraction :

Règle :

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \quad ; c\neq 0.$$

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\times d}{b\times d}+\frac{c\times b}{d\times b} \quad ; b\neq 0 ; d\neq 0.$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+\frac{-c}{d} \quad ; b\neq 0 ; d\neq 0.$$

Applications :

- $\frac{-1}{2}+\frac{4}{2}=\frac{(-1)+4}{2}=\frac{3}{2}$.
- $\frac{-5}{9}+\frac{-8}{9}=\frac{(-5)+(-8)}{9}=\frac{-13}{9}$.
- $\frac{-7}{5}+\frac{9}{4}=\frac{-28}{20}+\frac{45}{20}=\frac{(-28)+45}{20}=\frac{17}{20}$.
- $\frac{1}{11}+\frac{-9}{7}=\frac{28}{77}+\frac{-99}{77}=\frac{28+(-99)}{77}=\frac{-71}{77}$.
- $\frac{-5}{3}-\frac{-1}{2}=\frac{-5}{3}+\frac{1}{2}$.

$$=\frac{10}{6}+\frac{3}{6}=\frac{(-10)+3}{6}=\frac{-7}{6}.$$

- $\frac{11}{3}-\frac{1}{5}=\frac{11}{3}+\frac{-1}{5}=\frac{55}{15}+\frac{-3}{15}$

$$=\frac{55+(-3)}{15}=\frac{52}{15}.$$

7-10-24

Remarque et cas particuliers:

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres rationnels.

- $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$.

$\frac{a}{b} - 0 = \frac{a}{b}$.

$0 - \frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$.

$\frac{a}{b} - \frac{a}{b} = 0$.

$\frac{a}{b} + \frac{-a}{b} = 0$.

Si $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 0$ alors $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont opposés.

Exercice 1 : calculer :

$A = \frac{-8,3}{2} + \frac{-5}{2}$.

$= \frac{(-8,3) + (-5)}{2}$.

$= \frac{-13,3}{2}$.

$B = \frac{4,2}{5} + \frac{-9}{5}$.

$= \frac{4,2 + -9}{5}$.

$= \frac{-4,8}{5}$

$C = \frac{5}{8} - \frac{2}{7} + \frac{4}{7}$

$= \frac{-14}{21} + \frac{12}{21}$.

$= \frac{(-14) + 12}{21}$.

$= \frac{-2}{21}$.

$D = -\frac{9}{2} + \frac{-4}{3}$

$= \frac{-9}{2} + \frac{-4}{3}$

$= \frac{-27}{6} + \frac{-8}{6}$

$= \frac{(-27)+(-8)}{6}$

$= \frac{-35}{6}$

$E = \frac{5}{2} + \left(-\frac{11}{9}\right)$

$= \frac{5}{2} + \frac{-11}{9}$

$= \frac{45}{18} + \frac{-22}{18}$

$= \frac{45+(-22)}{18}$

$= \frac{23}{18}$

Exercice 2 : calculer.

$F = \frac{-4}{9} - \frac{15}{9}$

$= \frac{-4}{9} + \frac{-15}{9}$

$= \frac{(-4)+(-15)}{9}$

$= \frac{-19}{9}$

$G = \frac{19}{19} - \frac{25}{19}$

$= \frac{18}{19} + \frac{-25}{19}$

$= \frac{18+(-25)}{19} = \frac{-12}{19}$

$H = \frac{-17}{5} - \left(-\frac{1}{6}\right)$

$= \frac{-17}{5} + \frac{1}{6}$

$= \frac{-102}{30} + \frac{5}{30}$

$= \frac{(-102)+5}{30}$

$= \frac{-97}{30}$

$I = \frac{-9}{20} - \frac{-4}{3}$

$= \frac{-3}{20} + \frac{4}{3}$

$= \frac{-9}{60} + \frac{80}{60}$

$= \frac{(-9)+80}{60}$

$= \frac{71}{60}$

8_10_24

Exercice 3 : calculer les expressions :

$A = \frac{13}{14} + \frac{11}{14} - \frac{9}{14}$

$= \frac{13}{14} + \frac{11}{14} + \frac{-9}{14}$

$= \frac{13+11+(-9)}{14}$

$= \frac{15}{14}$

$B = \frac{-4}{5} + \frac{1}{2} + \frac{-8}{10}$

$= \frac{-8}{10} + \frac{5}{10} + \frac{-8}{10}$

$= \frac{(-8)+5+(-8)}{10} = \frac{-11}{10}$

$C = 1 + \frac{4}{3} - \frac{7}{4}$

$= \frac{1}{1} + \frac{4}{3} + \frac{-7}{4}$

$= \frac{12}{12} + \frac{16}{12} + \frac{-21}{12}$

$= \frac{12 + 16 + (-21)}{12}$

$= \frac{7}{12}$

$D = \frac{-7}{6} - \frac{8}{3} + \frac{-11}{8} + \frac{1}{12}$

$= \frac{-7}{6} + \frac{-8}{3} + \frac{-11}{8} + \frac{1}{12}$

$= \frac{-28}{24} + \frac{-64}{24} + \frac{-33}{24} + \frac{2}{24}$

$= \frac{(-28) + (-64) + (-33) + 2}{24}$

$= \frac{-123}{24}$

Exercice 4 : Supprimer les parenthèses des expressions suivantes :

$I = \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{4}{5} + \frac{1}{6}\right)$

$= \frac{5}{2} - \frac{3}{4} + \frac{4}{5} - \frac{1}{6}$

$J = -\left(\frac{-8}{3} - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{17}{9}\right)$

$= \frac{8}{3} + \frac{1}{5} - \frac{2}{3} - \frac{17}{9}$

$K = -\left[\frac{1}{8} - \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{6}\right)\right]$

$= -\left(\frac{1}{8} - \frac{2}{5} + \frac{1}{6}\right)$

$= -\frac{1}{8} + \frac{2}{5} - \frac{1}{6}$

$L = \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{2}{5} - \frac{11}{5}\right)\right] - \left[\frac{5}{6} - \left(-\frac{8}{7} + \frac{3,1}{9}\right)\right]$.

$= \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5} + \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{5}{6} + \frac{8}{7} - \frac{3,1}{9}\right)$.

$= \frac{1}{2} - \frac{2}{5} + \frac{4}{5} - \frac{5}{6} - \frac{8}{7} + \frac{3,1}{9}$.

10-10-24 **Exercice 5:** Par deux méthodes différentes, calculer et simplifier l'expression :

$M = \frac{-2}{5} - \left(\frac{-1}{6} - \frac{2}{5}\right)$.

Méthode 1 :

$M = \frac{-2}{5} - \left(\frac{-1}{6} - \frac{2}{5}\right)$.

$= \frac{-2}{5} - \left(\frac{-1}{6} + \frac{-2}{5}\right)$.

$= \frac{-2}{5} - \left(\frac{-5}{30} + \frac{-12}{30}\right)$.

$= \frac{-2}{5} - \frac{(-5) + (-12)}{30}$.

$= \frac{-2}{5} - \frac{-17}{30}$.

$= \frac{-2}{5} + \frac{17}{30}$

$= \frac{-12}{30} + \frac{17}{30}$.

$= \frac{(-12) + 17}{30}$

$= \frac{5}{30}$

$= \frac{5 \div 5}{30 \div 5} = \frac{1}{6}$.

Méthode 2:

$M = \frac{-2}{5} - \left(\frac{-1}{6} - \frac{2}{5}\right)$.

$= \frac{-2}{5} + \frac{1}{6} + \frac{2}{5}$.

$= \frac{1}{6}$.

2. Multiplication et division:

Règle:

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres rationnels.

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

Applications:

- $\frac{-2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{(-2) \times 4}{3 \times 7} = \frac{-8}{21}$.
- $\frac{4}{3} \times \frac{-1}{9} = \frac{4 \times (-1)}{3 \times 9} = \frac{-4}{27}$.
- $\frac{10}{-5} \times \frac{-8}{-3} = \frac{10 \times (-8)}{(-5) \times (-3)} = \frac{-80}{15}$.
- $\frac{-11}{2} \div \frac{4}{9} = \frac{-11}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{(-11) \times 9}{2 \times 4} = \frac{-99}{8}$.
- $\frac{8}{-5} \div \frac{-2}{3} = \frac{8}{-5} \times \frac{3}{-2} = \frac{8 \times 3}{(-5) \times (-2)} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$
- $\frac{-7}{11} \div 4 = \frac{-7}{11} \times \frac{1}{4} = \frac{(-7) \times 1}{11 \times 4} = \frac{-7}{44}$.

Remarques et cas particuliers.

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres rationnels.

1) Soient $\frac{a}{b}$ et

1) $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$.

2) La division n'est pas commutatif mais $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ est l'inverse de $\frac{c}{d} \div \frac{a}{b}$.

3) $\frac{a}{b} \times 0 = 0 \times \frac{a}{b} = 0$.

4) $0 \div \frac{a}{b} = 0$.

5) $\frac{a}{b} \times 1 = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$.

6) $\frac{a}{b} \div 1 = \frac{a}{b}$ $1 \div \frac{a}{b} = \frac{b}{a}$.

7) $\frac{a}{b} \times (-1) = (-1) \times \frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$

8) $\frac{a}{b} \div (-1) = \frac{-a}{b}$ $1 \div (-1) \div \frac{a}{b} = \frac{-b}{a}$.

Exercice 6: Calculer les opérations suivantes et donner le résultats sous forme d'un nombre rationnel simplifié:

$$\frac{-0,5}{3} \times \frac{-2}{5} = \frac{(0,5) \times (-2)}{3 \times 5}$$

$$= \frac{1}{15}.$$

$$\frac{-3}{2} \times 4 = \frac{-3}{2} \times \frac{4}{1}.$$

$$= \frac{(-3) \times 4}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-12}{2}$$

$$= -6$$

$$\frac{-7}{-9} \div \frac{-2}{5} = \frac{-7}{9} \times \frac{5}{-2}.$$

$= \frac{(-7) \times 5}{(-9) \times 8} =$

$= \frac{-35}{18}$

$-1,$

$\frac{-1,2}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{-1,2}{3} \times \frac{5}{2}.$

$= \frac{(-1,2) \times 5}{3 \times 2}$

$= \frac{-6}{6}$

$= -1.$

$\frac{(-6)}{1} \div \frac{13}{11} = \frac{-6}{1} \div \frac{13}{11}.$

$= \frac{-6}{1} \times \frac{11}{13}.$

$= \frac{(-6) \times 11}{1 \times 13}.$

$= \frac{-66}{13}.$

13-10-24 Exercice 7: calculer et simplifier les expressions.

$M = \frac{9}{4} \div \frac{2}{5} \times \frac{-1}{8}.$

$N = \frac{5}{6} \times \frac{-7}{2} \div \frac{3}{4}.$

$O = \frac{12}{25} \div \frac{1}{5} \times \frac{7}{144}.$

$P = \frac{-9}{4} \times \frac{16}{9} \times \frac{27}{64}.$

Solution :

$M = \frac{9}{4} \div \frac{2}{5} \times \frac{-1}{8}$.

$= \frac{9}{4} \times \frac{5}{2} \times \frac{-1}{8}$.

$= \frac{9 \times 5 \times (-1)}{4 \times 2 \times 8}$.

$= \frac{-45}{64}$.

$N = \frac{5}{6} \times \frac{-7}{2} \div \frac{3}{4}$.

$= \frac{5}{6} \times \frac{-7}{2} \times \frac{4}{3}$.

$= \frac{5}{6} \times \frac{-7}{1} \times \frac{2}{3}$.

$= \frac{5}{3} \times \frac{-7}{1} \times \frac{1}{3}$.

$= \frac{5 \times (-7) \times 1}{3 \times 1 \times 3}$

$= \frac{-35}{9}$.

$O = \frac{12}{25} \times \frac{5}{1} \times \frac{7}{144}$.

$= \frac{12}{25} \times \frac{5}{1} \times \frac{7}{144}$.

$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{1} \times \frac{7}{12}$.

$= \frac{7}{60}$.

$P = \frac{-3}{4} \times \frac{16}{9} \times \frac{27}{64}$

$= \frac{-3}{4} \times \frac{1}{1} \times \frac{3}{4}$.

$= \frac{(-3) \times 1 \times 3}{4 \times 1 \times 4}$

$= \frac{-9}{16}$.

Exercice 8 : compléter les égalités suivantes :

$\frac{7}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$.

$\frac{-2}{4} \times \frac{9}{-2} = \frac{9}{1}$

$\frac{1}{6} \times \frac{11}{-3} = \frac{-11}{18}$

$\frac{4}{9} \times \frac{6}{5} = \frac{8}{15}$.

$\frac{8}{7} \times \frac{-49}{16} = \frac{-7}{2}$.

Exercice 9 : calculer et simplifier.

$A = \frac{9}{12} - \frac{4}{9} \times \frac{3}{2}$.

$B = \frac{-4}{3} + \frac{4}{3} \times \frac{1}{5}$

$C = \frac{-11}{3} \times \left(\frac{6}{5} + \frac{2}{8}\right)$.

Solution :

$A = \frac{9}{12} - \frac{4}{9} \times \frac{3}{2}$

$\frac{9}{12} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{1}$.

$= \frac{9}{12} - \frac{2 \times 1}{3 \times 1}$.

$= \frac{9}{12} - \frac{2}{3}$

$= \frac{9}{12} - \frac{2}{3}$

$= \frac{9}{12} + \frac{-2}{3}$

$= \frac{9}{12} + \frac{-8}{12}$

$= \frac{9 + (-8)}{12}$

$= \frac{1}{12}$

$B = \frac{-4}{3} + \frac{4}{3} \times \frac{1}{5}$

$= \frac{-4}{3} + \frac{4 \times 1}{3 \times 5}$

$= \frac{-4}{3} + \frac{4}{15}$

$= \frac{-20}{15} + \frac{4}{15}$

$= \frac{(-20) + 4}{15}$

$= \frac{-16}{15}$

$C = \frac{-11}{3} \times \left(\frac{6}{5} + \frac{2}{3}\right)$

$= \frac{-11}{3} \times \left(\frac{18}{15} + \frac{10}{15}\right)$

$= \frac{-11}{3} \times \left(\frac{18 + 10}{15}\right)$

$= \frac{-11}{3} \times \frac{28}{15}$

$\frac{(-11) \times 28}{3 \times 15}$.

$\frac{-308}{45}$.