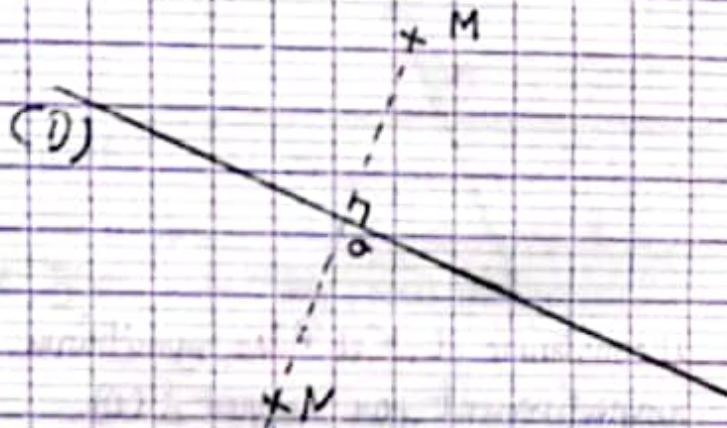


19.10.24

# Symétrie axiale

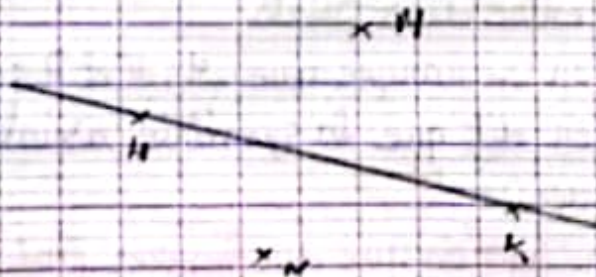
## 1. Symétrie d'un point :

Soit  $(D)$  une droite et  $M$  un point tel que  $M \notin (D)$ .  
construire le point  $N$  tel que  $(D)$  soit la médiatrice  
du segment  $[MN]$ .



on construit  $O$  le projeté orthogonal de  $M$  sur  $(D)$   
 $N$  est le symétrique de  $M$  par rapport à  $O$ .

On dit que  $N$  est le **symétrique de  $M$  par rapport à  $(D)$** .  
on peut construire  $N$  par une autre méthode.



on choisit deux points  $H$  et  $K$  de  $(D)$ .

on prend la distance  $HM$  par le compas et on construit  
un arc dans l'autre côté.

on prend la distance  $HK$  par le compas et on construit  
un arc dans l'autre côté.

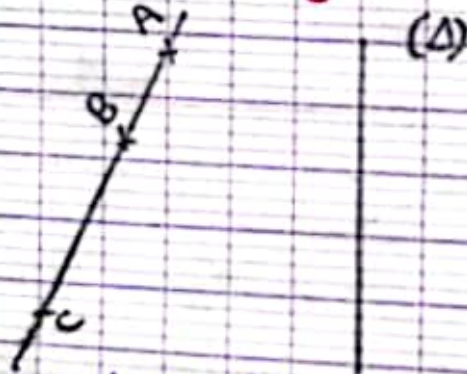
l'intersection des arcs est le point  $N$ .

### Définition :

Si  $B$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $(\Delta)$ , alors  $(\Delta)$  est la médiatrice  $[AB]$ .

cas particuliers: si  $H \in (D)$ , alors le symétrique de  $H$  par rapport à  $(D)$  est  $H$  (lui-même)

### 2. Propriétés de la symétrie axiale:



1) construire  $M$ ,  $N$  et  $P$  les symétriques de  $A$ ,  $B$  et  $C$  respectivement par rapport à  $(D)$ .

2) Comparer  $AB$  et  $MN$  puis  $AC$  et  $MP$  par le compas.

3) Que peut-on dire des points  $M$ ,  $N$  et  $P$ ?

- À l'aide du compas, on trouve que  $AB = MN$  et  $AC = MP$ .  
On dit que la symétrie axiale conserve la distance entre deux points.

on remarque que  $M$ ,  $N$  et  $P$  sont alignés.

on dit que la symétrie axiale conserve l'alignement des points

### 3. Symétrique des figures particulières:

1. Symétrique d'une droite.

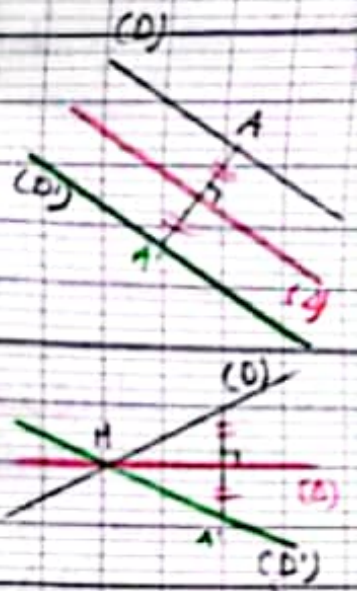
Propriété 1:

(D) et (D') sont deux droites.

Le symétrique de la droite (D) par rapport à la droite (A) est la droite (D') telle que:

1) Si (D) est parallèle à (A), alors (D') est parallèle à (A).

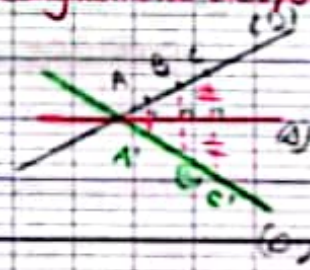
2) Si (D) coupe (A) en un point M, alors (D') coupe (A) en M.



Propriété 2:

Si A', B' etc' sont respectivement les symétriques des points alignés A, B etc' par rapport à une droite (A), alors A', B' etc' sont des points alignés.

La symétrie axiale conserve l'alignement des points.

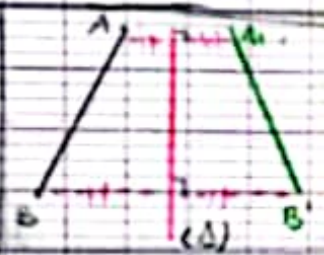


2. Symétrique d'un segment

Propriété 3:

Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.

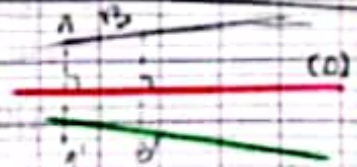
La symétrie axiale conserve les longueurs.



3. Symétrique d'une demi-droite

Propriété 4:

Le symétrique d'une demi-droite est une demi-droite.

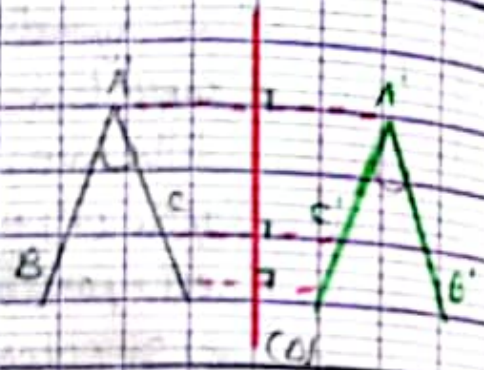


#### 4. Symétrique d'un angle

Propriété 5:

Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.

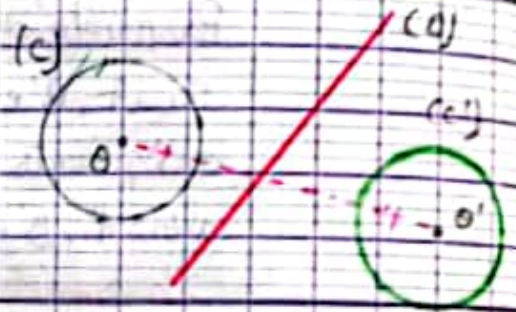
La symétrie axiale conserve les mesures des angles.



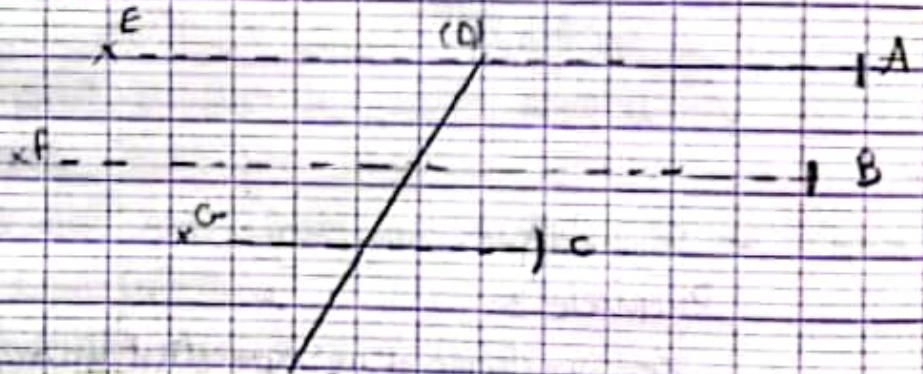
#### 5. Symétrique d'un cercle

Propriété 6:

Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon. Les centres de ces cercles sont symétriques.



#### Exercice 1:



- 1) construire A, B et C les symétriques de E, F et G respectivement par rapport à (D).
- 2) Quel est le symétrique de (FG) par rapport à (D)? Justifier.
- 3) déterminer en justifiant la réponse le symétrique de (EG) par rapport à (D).
- 4) déterminer en justifiant la réponse le symétrique du cercle (L) de centre A et de rayon  $2\text{cm}$  par rapport à (D).

5) Sachant que  $\hat{FEG} = 60^\circ$  déterminer la mesure de l'angle  $\hat{BAC}$ .

5

2) On a  $B$  symétrique de  $F$  par rapport à  $(D)$  et  $c$  symétrique de  $g$  par rapport à  $(D)$ . Donc  $(BC)$  est symétrique de  $(FG)$  par rapport à  $(D)$ .

3) on a  $A$  symétrique de  $E$  par rapport à  $(D)$  et  $c$  symétrique de  $G$  par rapport à  $(D)$  alors  $[AC]$  symétrique de  $[EG]$  par rapport à  $(D)$ .

4) On a  $E$  symétrique de  $A$  par rapport à  $(D)$ .

Donc le symétrique du cercle  $(l)$  par rapport à  $(D)$  est le cercle de centre  $E$  et de rayon  $40\text{ cm}$ .

5) on a  $B$  symétrique de  $F$  par rapport à  $(D)$ .

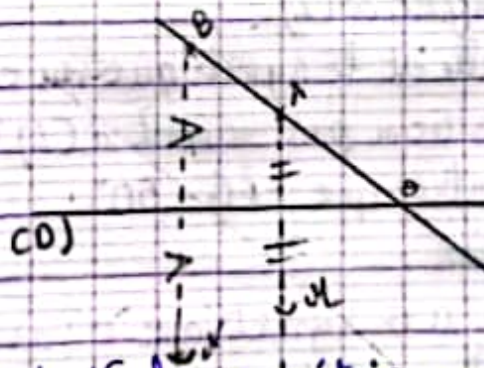
on a  $A$  symétrique de  $E$  par rapport à  $(D)$ .

on a  $c$  symétrique de  $G$  par rapport à  $(D)$ .

Donc  $\hat{BAC}$  symétrique de  $\hat{FEG}$  par rapport à  $(D)$ .

Puisque la symétrie axiale conserve la mesure des angles on a :  $\hat{FEG} = \hat{BAC}$  alors  $\hat{BAC} = 60^\circ$ .

Exercice 4:



1) construire  $H$  et  $C$  les symétriques de  $A$  et  $B$  respectivement par rapport à  $(D)$ .

2) Quelle est la symétrique de  $[BA]$  par rapport à  $(D)$ ?

Justifier

3) montrer que  $B, H$  et  $C$  sont alignés.

**Solution:**

2) On a  $M$  symétrique de  $B$  par rapport à  $(D)$ .  
et  $N$  symétrique de  $A$  par rapport à  $(D)$ .

Donc  $(M,N)$  symétrique de  $(B,A)$  par rapport à  $(D)$ .

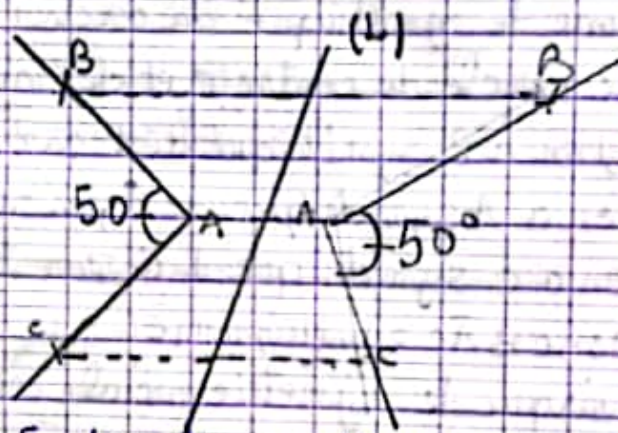
3) On a  $O$  symétrique de  $\theta$  par rapport à  $(D)$ .

et  $M$  symétrique de  $A$  par rapport à  $(D)$ .

et  $N$  symétrique de  $B$  par rapport à  $(D)$ .

On a  $\theta, A$  et  $B$  sont alignés. Puisque la symétrie axiale conserve l'alignement des points donc  $\theta, M$  et  $N$  sont alignés.

**Exercice 3:**



1) construire  $E, F$  et  $G$  les symétriques de  $A, B$  et  $c$  respectivement par rapport à  $(L)$ .

2) Quelle est le symétrique du cercle  $(H)$  de centre  $c$  et de rayon  $5\text{cm}$  par rapport à  $(L)$ ?

3) Montrer que  $\widehat{FEG} = 50^\circ$ .

**Solution:**

2) On a  $G$  symétrique  $c$  par rapport à  $(L)$

Donc le symétrique de  $(H)$  est le cercle de centre  $G$  et de rayon  $5\text{cm}$  par rapport à  $(L)$ .

3) On a  $F$  symétrique de  $B$  par rapport à  $(L)$

et  $E$  symétrique de  $A$  par rapport à  $(L)$

et  $G$  symétrique de  $c$  par rapport à  $(L)$ .

Donc  $\widehat{FEG}$  symétrique de  $\widehat{BAC}$  par rapport à  $(L)$ .

Puisque  $\widehat{B\hat{A}C} = 50^\circ$  et la symétrie axiale conserve la mesure des angles, alors :  $\widehat{F\hat{E}G} = 50^\circ$ .