Thèrème de thales

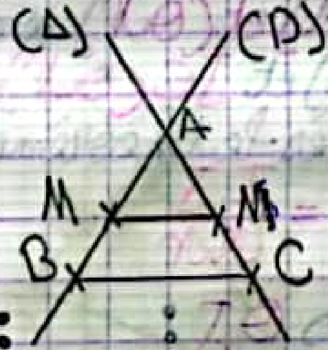
1- Enoncè de thèrème de thales :

1- Thèromes:

(D) et (Δ) deux droite sècainte en A.
M et B deux points de (D)
N, C deux points de (Δ)
Si (MN)//(BC) alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

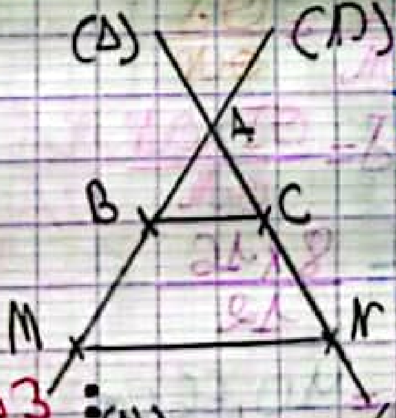
* Positions application du thèorèmes de thales :

* positions 1 :



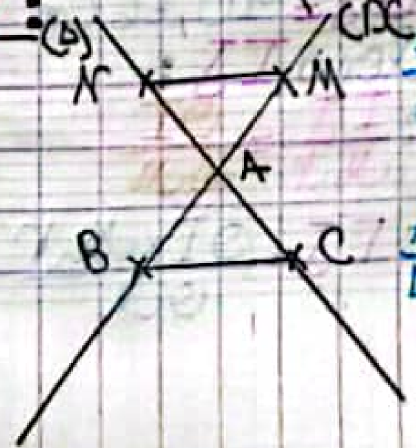
$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

* positions 2 :



$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

* positions 3 :



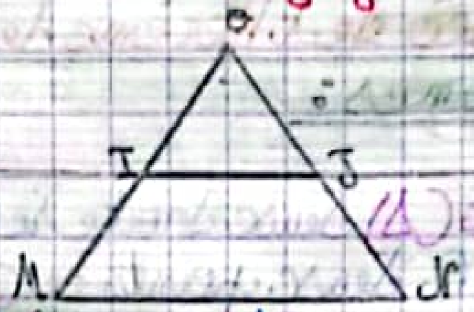
$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Ou

$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

* Application :

1- On considère la figure suivante :



$OM = 12\,cm$ $ON = 16\,cm$

$MN = 8\,cm$; $OI = 8\,cm$

$(IJ) \parallel (MN)$

2- Calculer OJ et IJ :

* solution :

On a (OM) et (ON) sont sécante en O.

$I \in (OM)$ et $J \in (ON)$ tel que $(IJ) \parallel (MN)$

alors après le théorème de thales on a :

$$\frac{OI}{OM} = \frac{OJ}{ON} = \frac{IJ}{MN}$$

* Calculons OJ :

On a : $\frac{OI}{OM} = \frac{OJ}{ON}$

Donc : $OJ = \frac{OI \times ON}{OM}$

A.N : $OJ = \frac{8 \times 16}{12}$

$OJ = 10,66\,cm$

* Calculons IJ :

On a : $\frac{IJ}{MN} = \frac{OI}{OM}$

Donc : $IJ = \frac{OI \times MN}{OM}$

Scanné avec CamScanner

A.N : $IJ = \frac{8 \times 8}{12}$

$IJ = 5,33 cm$

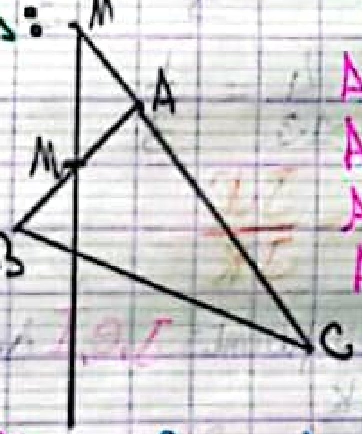
2- La réciproque du théorème de Thalès :

1- Théorème :

- (D) et (Δ) sont sécantes en A.
- M et B se sont deux point de (D).
- N et C se sont deux point de (Δ).

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et les points A, M, B sont dans la même ordre avec A, N, C alors (MN) // (BC).

* Exemples :



AB = 4 cm
AC = 6 cm
AM = 2 cm
AN = 3 cm

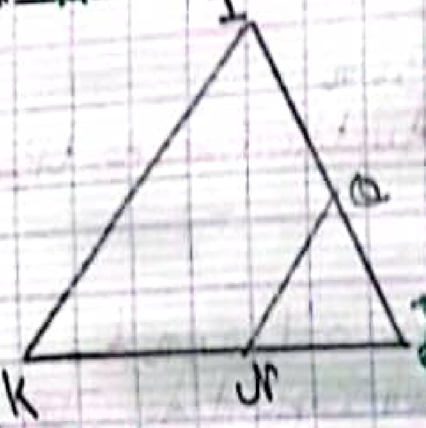
On a $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

et $\frac{AN}{AC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

Malgré ça (MN) ∦ (BC) ne sont pas parallèl car les points A, M, B ne sont pas dans la même ordre avec A, N, C.

* **application :**



$IJ = 9cm$
$JK = 12cm$
$JN = 4cm$
$OJ = 3cm$

$(IK) // (ON)$

Montrer que $(ON) // (IK)$:

* **Solution :**

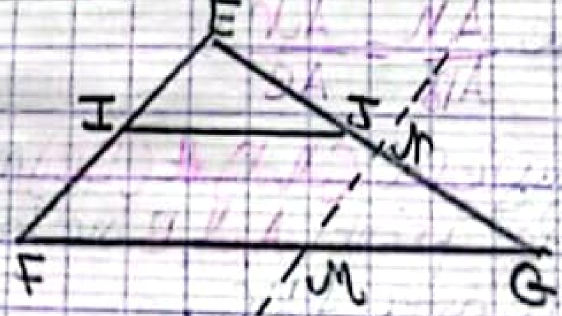
On a (JI) et (JK) sont sécantes en J
$O \in (JI)$ et $N \in (JK)$
On a $\frac{JO}{JI} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

et $\frac{JN}{JK} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

Donc $\frac{JO}{JI} = \frac{JN}{JK}$

et on a les points J, O, I dans la même ordre avec J, N, K
Alors d'après la réciproque du théorème de thales on a :
$(ON) // (IK)$

* **Exercice :**



On considère la figure suivante telque :

$FG = 9cm$ $IE = 2cm$

$GM = 3cm$ $GN = 2cm$

et $(IJ) // (FG)$

1- Calculer EJ et IJ

Montrer que $(MN) // (EF)$

* Calculons EJ :

On a $\frac{EJ}{EG} = \frac{EI}{EF}$

Donc $EJ = \frac{EI \times EG}{EF}$

A.N : $EJ = \frac{2 \times 6}{4}$

alors $EJ = 3cm$

* Calculons IJ :

On a $\frac{IJ}{FG} = \frac{EJ}{EG}$

Donc $IJ = \frac{EJ \times FG}{EG}$

A.N : $IJ = \frac{3 \times 9}{6}$

alors $IJ = 4,5 cm$

2- On a (GE) et (GF) sont sécantes en G

$M \in (GF)$ et $N \in (GE)$

On a $\frac{GN}{GE} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

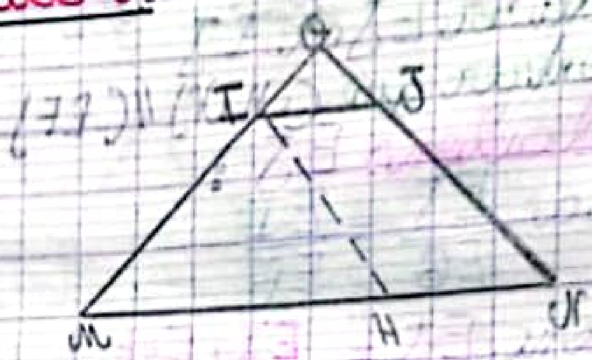
et $\frac{GM}{GF} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

et on a les points G, N, E dans la même ordre ave

G, M, F

alors d'après la réciproque du théorème de thales on a : $(MN)//(EF)$

Exercice 2 :



$OM = 8cm$ $OI = 2cm$ $ON = 12cm$

$MN = 16cm$ $MH = 12cm$

$(IJ)//(MN)$

1- Calculer OJ et IJ

2- Montrer que $(IH)//(ON)$

Solution :

1)- On a (OM) et (ON) sont sècante en O

$I \in (OM)$ et $J \in (ON)$ tel que : $(IJ)//(MN)$

alors d'après le théorèmes de thales on a :

$$\frac{OI}{OM} = \frac{OJ}{ON} = \frac{IJ}{MN}$$

Calculons OJ :

On a $\frac{OJ}{ON} = \frac{OI}{OM}$

Donc $OJ = \frac{OI \times ON}{OM}$

A.N : $OJ = \frac{2 \times 12}{8}$

alors $OJ = 3$

Calculons IJ :

On a : $\frac{IJ}{MN} = \frac{OI}{OM}$

Donc $IJ = \frac{OI \times MN}{OM}$

A.N : $IJ = \frac{2 \times 16}{8}$

alors $IJ = 4$

2- On a (MO) et (MN) sont sécantes en M

$I \in (MO)$ et $H \in (MN)$

on a $\frac{MI}{MO} = \frac{MO - OI}{MO} = \frac{8-2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

et $\frac{MH}{MN} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

Donc $\frac{MI}{MO} = \frac{MH}{MN}$

On a les point M, I, O dans la même ordre avec M, H, N

alors d'après le théorème du thales on a

$(IH) // (ON)$