# Triangle et parallèles

19.11.24 **I. Théorème de la droite parallèle dans un triangle:**

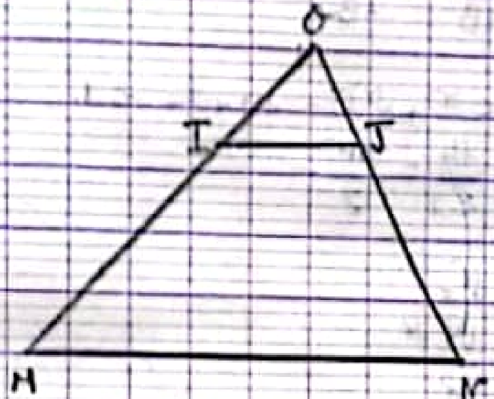
**Théorème:**

ABC un triangle. $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$.

Si $(MN) // (BC)$ alors:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

**Application:**




$OM = 20\,cm$

$ON = 12\,cm.$

$MN = 16\,cm.$

$OI = 5\,cm.$

$(IJ) // (MN).$

calculer OJ et IJ.

**Solution:**

on OMN est un triangle.

$I \in [OM]$ et $J \in [ON]$ tel que $(IG) // (MN)$.

Donc $\frac{OI}{OM} = \frac{OJ}{ON} = \frac{IJ}{MN}$.

A.N. $\frac{5}{20} = \frac{OJ}{12} = \frac{IJ}{16}$.

* calculons OJ:

on a : $\frac{5}{20} = \frac{OJ}{12}$.

Donc : $OJ = \frac{5 \times 12}{20}$

Alors: $\boxed{OJ = 3\,cm.}$

calculons IJ

on a : $\frac{5}{20} = \frac{IJ}{16}$

Donc $IJ = \frac{5 \times 16}{20}$

Alors : $\boxed{IJ = 4 cm.}$

Exercice 7 P 56 :

1) CAB un triangle.

$M \in [CA]$ et $N \in [CB]$ tel que $(MN) // (AB)$.

Donc : $\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB}$.

on a $CB = CN + NB = 14 + 7 = 21$.

Alors $\frac{10}{CA} = \frac{14}{21} = \frac{MN}{8}$.

calculons MN

on a : $\frac{14}{21} = \frac{MN}{8}$

Donc $MN = \frac{14 \times 8}{21}$

$MN \simeq 5,33$

on a : $\frac{10}{CA} = \frac{14}{21}$

Donc $CA = \frac{10 \times 21}{14}$

$CA = 15$

on a $MA = CA - CM$

$= 15 - 10$

Donc $MA = 5$.

Scanné avec CamScanner

Exercice 8 p56.

1) on a $ABC$ un triangle $E \in [AB]$ et $F \in [AC]$ tel que $(EF)//(BC)$

Donc $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$.

on a $AC = AF + FC = 25 + 15$

$= 40$.

Alors $\frac{20}{AB} = \frac{25}{40} = \frac{EF}{19,2}$

- calculons $AB$:

on a $\frac{20}{AB} = \frac{25}{40}$

Alors $AB = \frac{20 \times 40}{25}$.

Donc $AB = 32$.

- calculons $EF$:

on a $\frac{25}{40} = \frac{EF}{19,2}$.

Alors: $EF = \frac{25 \times 19,2}{40}$

$EF = 12$.

2) on a $BE = AB - AE$

$= 32 - 20$

$= 12$.

Donc $BE = EF$

Alors $BEF$ est un triangle isocèle en $E$.

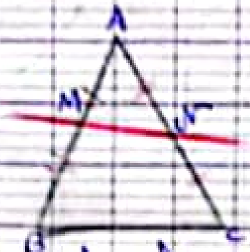
## 2 - Théorèmes des milieux :

Propriété 1 :

| |
|---|
| Dans un triangle, la droite passant par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté. |

**Autrement dit :**

Donnée

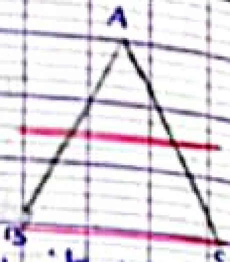



M est le milieu de [AB] et N le milieu de [AC]

Propriété

Propriété 1

conclusion



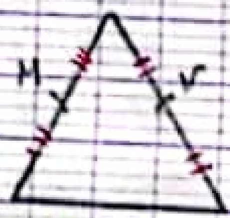

la droite (MN) est parallèle à la droite (BC)

**Propriété 2 :**

Dans un triangle, la longeur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

**Autrement dit :**

Donnée

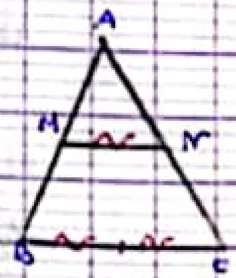



M est le milieu de [AB] et N le milieu de [AC]

Propriété

Propriété 2

conclusion

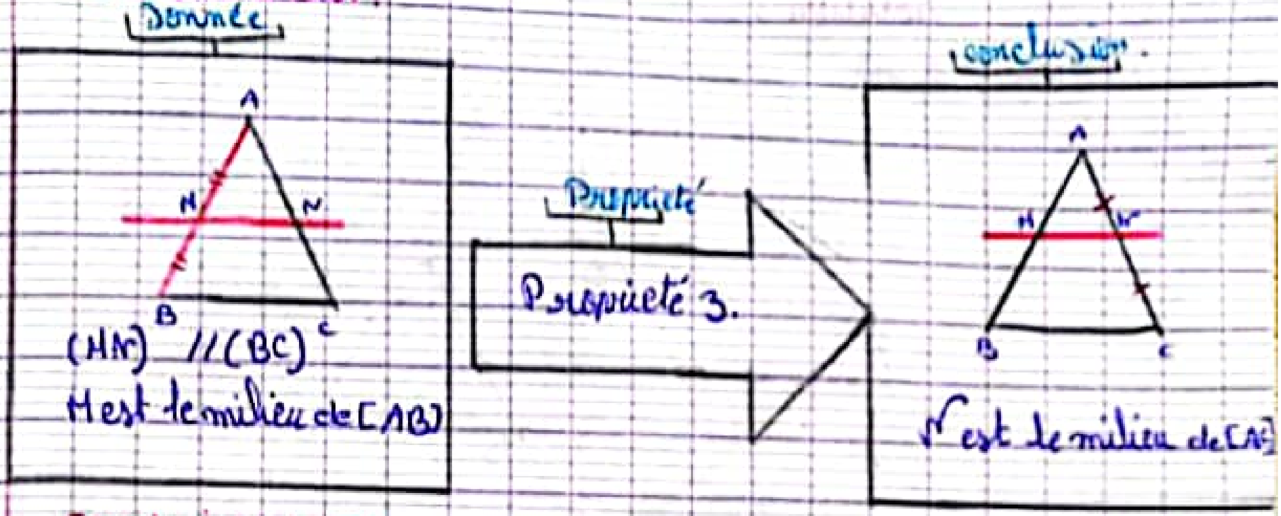



$MN = \frac{1}{2} BC$

**Propriété 3 :**

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un descième côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

Autrement dit :




Escercice 2 p 56 :

Dans le triangle OAB :

. M milieu de [OA].

. (MN) // (AB) (N ∈ [OB].)

Donc N est le milieu de [OB]

Dans le triangle OBC.

. N milieu de [OB].

. (NP) // (BC) (P ∈ [OC]).

Donc P milieu de [OC].

Dans le triangle OAC on a :

. M milieu de [OA].

. P milieu de [OC]

Donc (MP) // (AC).

Problème 1 : ABC un triangle.

M symétrique de A par rapport à B.

N symétrique de A par rapport à C.

1) construire la figure.

2) Montrer que (MN) // (BC).

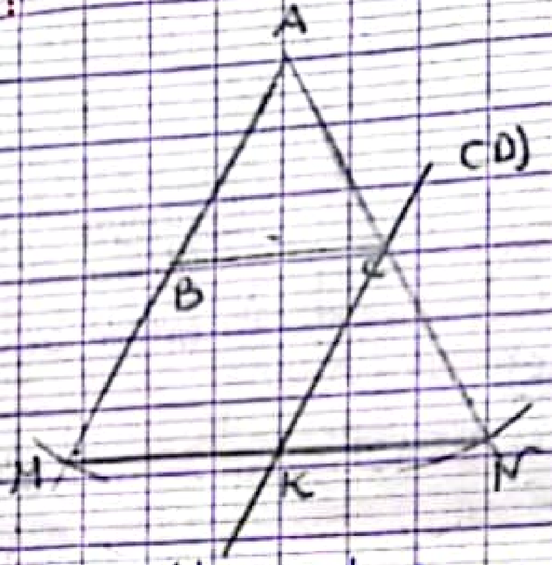
3) calculer MN sachant que BC = 6 cm.

4) Soit (D) la droite parallèle à (AN) et passant par C,

(D) coupe (MN) en K.

Montrer que K est le milieu de [MN].

Solution :




2) On a M symétrique de A par rapport à B
Donc B milieu de [AM]
On a N symétrique de A par rapport à C.
Donc C milieu de [AN].
Dans le triangle AMN on a:
. B milieu de [AM]
. C milieu de [AN].
Donc (BC) // (MN).

3) Dans le triangle AMN on a :
. B milieu de [AM].
. C milieu de [AN].
Donc $BC = \frac{1}{2} MN$
Alors $MN = 2BC$
$MN = 2 \times 6$
$MN = 12\ cm$

4) Dans le triangle AMN on a:
. $C \in (D)$ avec C milieu de [AN].
. (D) // (AM).
Donc (D) coupe [MN] en son milieu
puisque (D) coupe [MN] en K
Alors K milieu de [MN].

Scanné avec CamScanner

## Problème 2 :

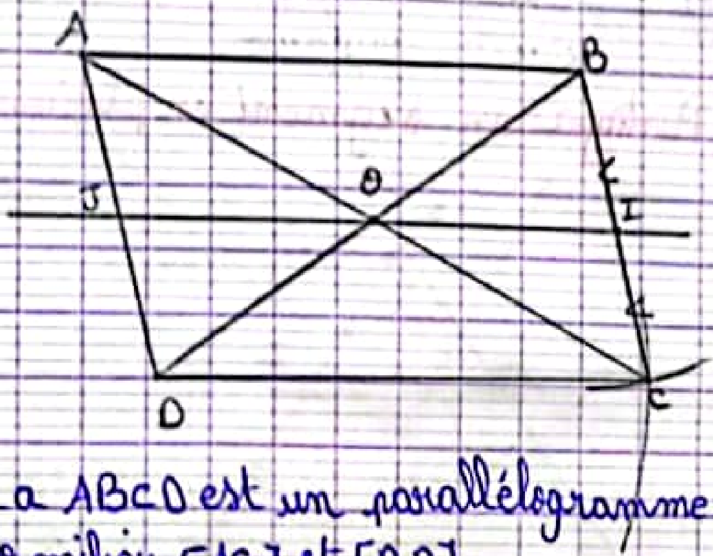
ABCD est un parallélogramme de centre O, I milieu de [BC] la droite (OI) coupe [AD] en J.

1) Montrer que J milieu de [AD].

2) Montrer que (OJ) // (DC).

3) calculer OI sachant que AB = 10 cm.

## Solution :




1) On a ABCD est un parallélogramme de centre O.
Donc O milieu [AC] et [BD].
Dans le triangle ABC on a :
- O milieu de [AC]
- I milieu de [BC]

Donc (OI) // (AB).
Dans le triangle ABD on a :
- O ∈ (OI)
- (OI) // (AB).
- Donc (OI) coupe [BD] en son milieux

puisque (OI) coupe [BD) en J
Alors J milieu de [AD]

2) Dans le triangle BDC on a :
- O milieu de (BD)
- I milieu de [BC]

Donc (OI) // (D).

3) Dans le triangle ABC on a:

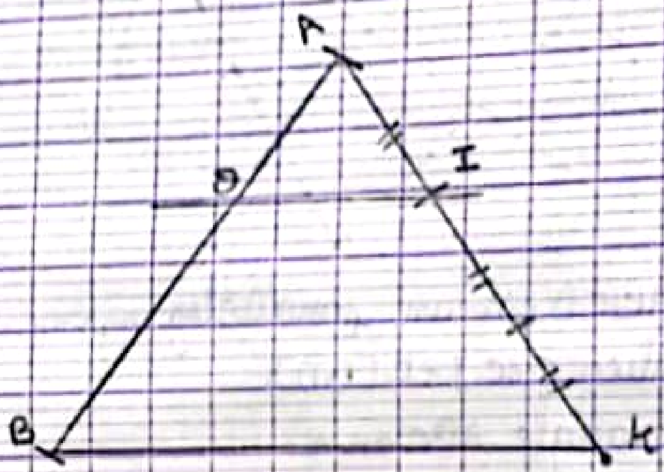
- O milieu de [AC]
- I milieu de [BC]

Donc $OI = \frac{1}{2} AB$.

$OI = \frac{1}{2} \times 10$.

$\boxed{OI = 5cm.}$

## 3_ Partager un segment en plusieur segment isométrique




On veut partager [AB] en trois segment isométrique pour cela.

- On construit un autre segment à partir de A partagé en trois partie : c'est le segment [AK].
- On prend $I \in [AK]$ tel que $AI = \frac{1}{3} AK$.
- La droite parallèle à (BK) et passant par I coupe [AB] en O.

On a dans le triangle ABK :

- $O \in [AB]$.
- $I \in [AK]$.
- $(OI) \parallel (BK)$.

Alors $\frac{AO}{AB} = \frac{AI}{AK} = \frac{OI}{BK}$

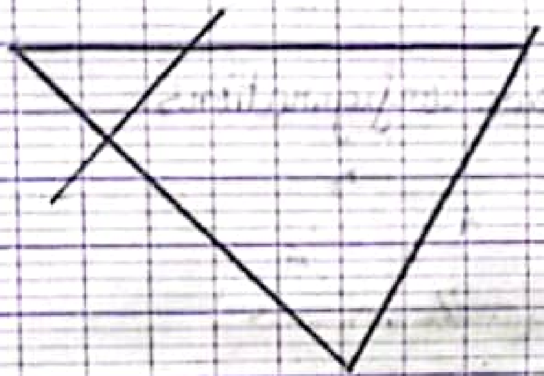
On a $\frac{AI}{AK} = \frac{\frac{1}{3}AK}{AK} = \frac{1}{3}$.

Donc $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$.

Alors : $AD = \frac{1}{3} AB$.

Application :

construire un segment de longeur $\frac{7}{6}$ cm.



on construit un segment [IJ] de longueur 7 cm et on et on le partage a 6 parties isométrique Donc $IF = \frac{7}{6}$ cm