Triangle rectangle et cercle

30/12/2024

1. Centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle

Propriété

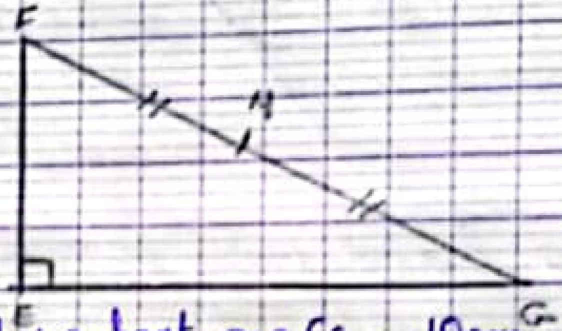
Dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit à ce triangle est le milieu de l'hypoténuse

Autrement dit :

si ABC un triangle rectangle en A et I milieu de [BC]

alors : $IA = IB = IC = \frac{1}{2} BC$.

Application :



calculer EH sachant que FG = 10cm.

on a EFG est un triangle rectangle en E et H milieu de [FG]. Donc

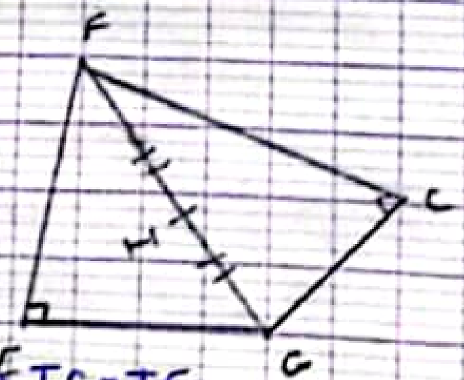
$HE = HF = HG = \frac{1}{2} [FG]$.

c.à.d : $EH = \frac{1}{2} FG$.

A.N : $EH = \frac{1}{2} \times 10$.

Donc : $EH = 5cm$

Exercice 1 :



Montrer que IC = IE.

Solution:

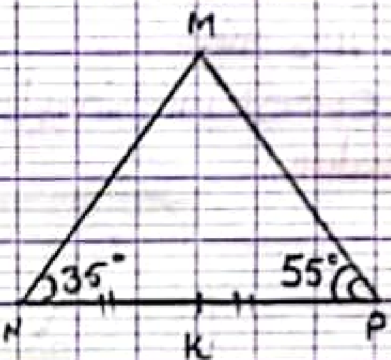
on a EFG est un triangle rectangle en E, et I milieu de $[FG]$.

Donc: $IE = IF = IG$ (1)

On a CFG est un triangle rectangle en C, et I milieu de $[FG]$ Donc: $IC = IF = IG$ (2)

D'après les égalités (1) et (2) on déduit que $IC = IE$.

Exercice 2.



1) Montrer que MNP est un triangle rectangle.

2) Calculer NP sachant que $MK = 7cm$.

Solution:

1) On a:

$\hat{M} = 180 - (\hat{N} + \hat{P})$

$= 180 - (35 + 55)$

$= 180 - 90$

$= 90°$

ce qui montre que MNP est un triangle rectangle en M.

2) On a MNP est un triangle rectangle en M et K milieu de $[NP]$

Donc $KM = KN = KP = \frac{1}{2} NP$.

Alors $NP = 2 KM$

$= 2 \times 7$.

Donc $\boxed{NP = 14 cm}$

2- Propriété du triangle rectangle

Propriété :

Si dans un triangle, le milieu d'un côté est équidistant des sommets, alors ce triangle est rectangle

Autrement dit :

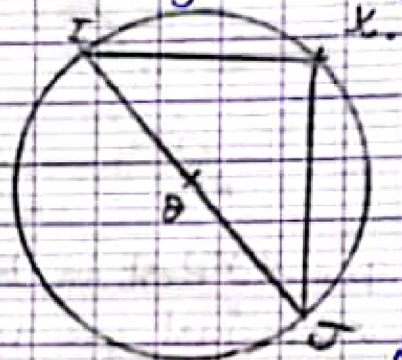
EFG un triangle tel que :

. H milieu de [FG].

. HE = HF = HG.

Alors EFG est un triangle rectangle en E.

Application :



Montrer que IJK est un triangle rectangle.

On a [IJ] est un diamètre d'un cercle de centre O.

Donc O milieu de [IJ] on a I, J et K appartient au même cercle de centre O. Donc OI = OJ = OK.

Dans le triangle IJK on a :

. O milieu de [IJ].

. OI = OJ = OK.

Donc IJK est un triangle rectangle en K.

Exercice 3 :

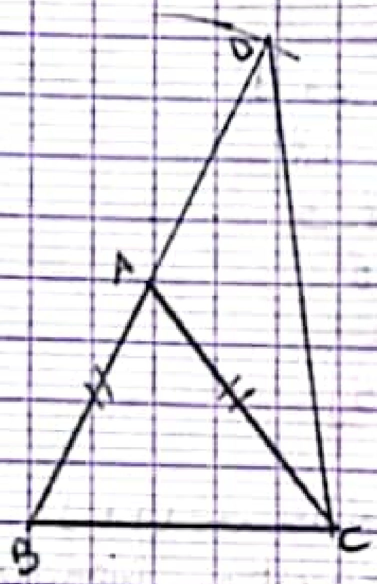
ABC un triangle isocèle en A, D symétrique de B par r à A.

1) Construire la figure

2) Quelle est la nature du triangle BDC ? Justifier

3) calculer BD sachant que AC = 8cm.

1)



2) On a D symétrique de B par rapport à A.
Alors A milieu de [BD].
Donc $AB = AD$
On a ABC est isocèle en A.
Donc $AB = AC$
D'après les égalités et
on a $AB = AC = AD$.
Dans le triangle BDC on a:
- A milieu de [BD].
- $AB = AC = AD$.

Alors BDC est un triangle rectangle en C
3) On a BDC est un triangle rectangle en C
et A milieu de [BD].
Donc $AB = AC = AD = \frac{1}{2} BD$.
c à d: $BD = 2AC$.
$BD = 2 \times 8$
$BD = 16cm$.

Exercice 3 p 106:

1/ Soit H le milieu de [BC] puisque ABC est un triangle rectangle en A, alors:
$HA = HB = HC = \frac{1}{2} BC$.

$BC = 2HA$

$2x + 3 = 2 \times 9$

$2x + 3 = 18$

$2x = 18 - 3$

$2x = 15$

$x = \frac{15}{2}$

$\boxed{x = 7,5}$

2)

Soit K le milieu de [FE].

Puisque EFG est un triangle rectangle en G, alors:

$KF = KE = KG = \frac{1}{2} FE$

$KG = \frac{1}{2} \times 16$

$x - 6 = 8$

$x = 8 + 6.$

$\boxed{x = 14.}$

Exercice 4 P 106 :

soit M le milieu de [AD].

puisque ABD est un triangle rectangle en B alors:

$\boxed{MA = MB = MD.}$ (1)

et on a ADE est un triangle rectangle en E

Donc : $\boxed{MA = MD = ME}$ (2)

D'après les égalités et on a :

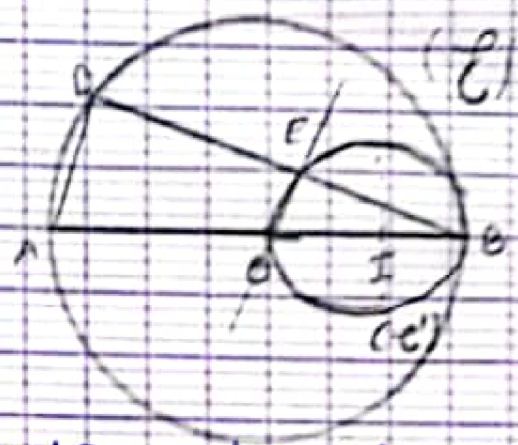
$MA = MB = MD = ME$

c.à.d A, B, D et E appartient au même cercle de cen

M. pour construire (C), ca sera le cercle de cen

M (milieu de [AD]) et de rayon MA.

Ex 13 p 107 :



1) On a A, B et D appartiennent à (ℰ) de centre O.
Donc OA = OB = OD
On a [AB] un diamètre du cercle (ℰ) de centre O.
Donc O milieu de [AB].
Dans le triangle ABD on a :
. OA = OB = OD.
. O milieu de [AB].
Donc ABD est un triangle rectangle en D
2) a _ On a (OE) // (AD). et (AD) ⊥ (BD) car ABD est un triangle rectangle en D.
Donc (OE) ⊥ (BD).
b _ On a : (OE) ⊥ (BD) en E
alors OEB est un triangle rectangle en E.
Soit I le milieu de [OB].
Donc IO = IB = IE.
c.à.d. O, B et E appartienent au même cercle de centre I et de diamètre [OB] : c'est le cercle (ℰ').
Donc E ∈ (ℰ').