ⴰⴳⴷⵓ ⵏ ⵍⵎⴰⵖⵔⵉⴱ
ⵡⴰⵣⵓ ⵏ ⴱⵓⵖⴰⴷ ⵏ ⵜⵓⵙⵙⵓⵏⵏⵉⵜ
ⴰⵏⴰⵎⵎⴰⵏⴰⵜ ⴷ ⵜⵓⵏⴰⵎⵜ ⴷ ⵉⵎⵙⵙⵓⵏⵜ
ⵜⵉⴳⵍⵍⵉ ⵏ ⵙⵓⵙ ⵎⴰⵙⴰ
ⵜⵎⵖⵔⵉⵜ ⵏ ⴰⴳⴷⵉⵔ ⵉⴷⴰⵡⵜⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الاولي والرياضة
جهة سوس ماسة
مديرية اكادير إداوتان

الاسم:	الامتحان الموحد المحلي	ثانوية القدس الاعدادية
القسم: .... الرقم الترتيبي:	مستوى الثالثة إعدادي	
رقم الامتحان:		20
مادة: الرياضيات	مدة الإنجاز: ساعتان	المعامل: 1

L'utilisation de la calculatrice est autorisée

Exercice 1

Choisir la bonne réponse : (veuillez noter qu'une seule réponse est correcte) $(0.5 \times 8pts)$

1. Le nombre $\sqrt{16}$ égale :
   - ○ 8
   - ○ 16
   - √ 4
2. Le nombre 10^{-3} égale :
   - ○ 1000
   - ○ $0,100$
   - √ $0,001$
3. L'écriture scientifique du nombre 5000000 :
   - ○ $0,5 \times 10^6$
   - ○ 5×10^{-6}
   - √ 5×10^6
4. Le nombre $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ égale :
   - ○ $\dfrac{2}{3}$
   - ○ $\dfrac{4}{3}$
   - √ $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$
5. Le développement du $(a+b)^2$ est :
   - √ $a^2 + 2ab + b^2$
   - ○ $a^2 + b^2$
   - ○ $a^2 - 2ab + b^2$
6. x et y sont deux réels tels que $x = y - 5$, On a :
   - √ $x \leq y$
   - ○ $x = y$
   - ○ $x \geq y$
7. Soit x la mesure d'un angle aigu, On a $tan(x) =$
   - √ $\dfrac{sin(x)}{cos(x)}$
   - ○ $\dfrac{cos(x)}{sin(x)}$
   - ○ $sin(x) \times cos(x)$
8. Soit x la mesure d'un angle aigu tel que $sin(x) = 0,5$, On a alors :
   - √ $x = 30°$
   - ○ $x = 60°$
   - ○ $x = 45°$

Exercice 2

1. Simplifier l'expression suivante : (1*pt*)
$2\sqrt{12} - 3\sqrt{27} + \sqrt{3}$

$$\begin{aligned}
&= 2\sqrt{4\times 3} - 3\sqrt{9\times 3} + \sqrt{3}\\
&= 2\sqrt{2^2\times 3} - 3\sqrt{3^2\times 3} + \sqrt{3}\\
&= 2\times 2\sqrt{3} - 3\times 3\sqrt{3} + \sqrt{3}\\
&= 4\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + \sqrt{3}\\
&= -4\sqrt{3}
\end{aligned}$$

2. Rendre entier le dénominateur du nombre suivant : (1*pt*)

$$\begin{aligned}
\frac{6}{9-\sqrt{3}} &= \frac{6\times(9+\sqrt{3})}{(9-\sqrt{3})\times(9+\sqrt{3})}\\
&= \frac{6\times(9+\sqrt{3})}{9^2-\sqrt{3}^2}\\
&= \frac{6\times(9+\sqrt{3})}{81-3}\\
&= \frac{6\times(9+\sqrt{3})}{78}\\
&= \frac{\cancel{6}\times(9+\sqrt{3})}{\cancel{6}\times 13} = \frac{9+\sqrt{3}}{13}
\end{aligned}$$

3. Développer et simplifier l'expression suivante : (1*pt*)

$$\begin{aligned}
&(x+1)^2 + (x-1)(x+1)\\
&= x^2 + 2x \cancel{+1} + x^2 \cancel{-1}\\
&= 2x^2 + 2x
\end{aligned}$$

4. Soit a un nombre réel
Montrer que (1*pt*)

$$\begin{aligned}
\frac{(a^{-2})^3\times a^4}{a^{-3}} &= \frac{a^{-2\times 3}\times a^4}{a^{-3}} = \frac{a^{-6}\times a^4}{a^{-3}}\\
&= \frac{a^{-6+4}}{a^{-3}} = \frac{a^{-2}}{a^{-3}}\\
&= a^{-2-(-3)}\\
&= a^{-2+3} = a^1 = a
\end{aligned}$$

Exercice 3

1. Comparer $3\sqrt{5}$ et $2\sqrt{11}$ (0.5*pt*)

On a : $(3\sqrt{5})^2 = 3^2\times\sqrt{5}^2 = 9\times 5 = 45$
et : $(2\sqrt{11})^2 = 2^2\times\sqrt{11}^2 = 4\times 11 = 44$
Comme : $45 > 44$
Donc $(3\sqrt{5})^2 > (2\sqrt{11})^2$
D'où
$$3\sqrt{5} > 2\sqrt{11}$$

2. Déduire une comparaison de : (1*pt*)
$\dfrac{1}{5+3\sqrt{5}}$ et $\dfrac{1}{5+2\sqrt{11}}$

On a $3\sqrt{5} > 2\sqrt{11}$
Donc $5+3\sqrt{5} > 5+2\sqrt{11}$
Alors
$$\frac{1}{5+3\sqrt{5}} < \frac{1}{5+2\sqrt{11}}$$

3. Soient x et y deux réels tels que $1\leq x\leq 2$ et $3\leq y\leq 4$

(a) Encadrer $x+y$ (1*pt*)

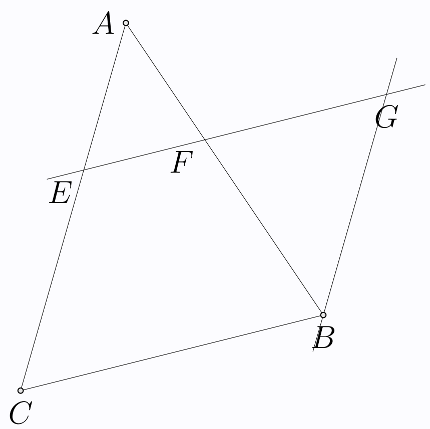
On a $1\leq x\leq 2$ et $3\leq y\leq 4$
Donc $1+3\leq x+y\leq 2+4$
Alors $4\leq x+y\leq 6$

(b) Encadrer $x-y$ (1*pt*)
On a $1\leq x\leq 2$ et $3\leq y\leq 4$
Donc $1\leq x\leq 2$ et $-4\leq -y\leq -3$
On a aussi $x-y = x+(-y)$
Alors $1-4\leq x+(-y)\leq 2-3$
Alors $-3\leq x-y\leq -1$

.

Exercice 4

Soit la figure ci-dessous tel que : ABC un triangle, E et F sont deux points de $[AC]$ et $[AB]$ respectivement tels que $(EF) \parallel (CB)$. On donne $AE = 2$, $AC = 6$, $AB = 4,5$ et $EF = 1,8$



1. Montrer que $AF = 1.5$. $(1pt)$

   Soit le triangle ABC.
   On a $E \in [AC]$, $F \in [AB]$ et $(EF) \parallel (CB)$.
   Donc d'après le théorème direct de Thalès.
   On a : $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AF}{AB} = \dfrac{EF}{BC}$
   Alors $\dfrac{2}{6} = \dfrac{AF}{4,5} = \dfrac{1,8}{BC}$
   D'où $AF = \dfrac{2 \times 4,5}{6} = \dfrac{9}{6} = \dfrac{3}{2} = 1,5$
   $BC = \dfrac{6 \times 1,8}{2} = \dfrac{10,8}{2} = 5,4$

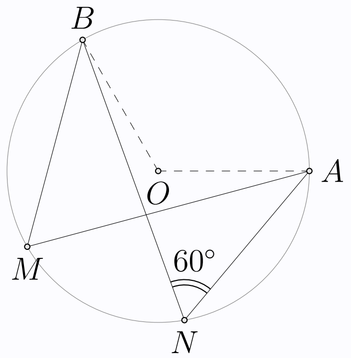
2. Soit G un point de la droite (EF) tel que
   $EG = 5,4$. $(1pt)$
   Montrer que $(GB) \parallel (AE)$

   On a les droites (AB) et (EG) sont sécantes en F.
   triangle ABC.
   On a $FB = AB - AF = 4,5 - 1,5 = 3$
   Et $FG = EG - EF = 5,4 - 1,8 = 3,6$
   Donc $\dfrac{FA}{FB} = \dfrac{1,5}{3} = \dfrac{\cancel{1,5}}{\cancel{1,5} \times 2} = \dfrac{1}{2}$
   Et $\dfrac{FE}{FG} = \dfrac{1,8}{3,6} = \dfrac{\cancel{1,8}}{\cancel{1,8} \times 2} = \dfrac{1}{2}$.
   Alors $\dfrac{FA}{FB} = \dfrac{FE}{FG}$

   On a aussi les points F, E et G sont dans le même ordre que les points F, A et B
   Donc d'après le théorème réciproque de Thalès.
   On a : $(GB) \parallel (AE)$.

Exercice 5

Considérons la figure suivante



1. Déterminer, en justifiant votre réponse, la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ $(1pt)$

   Soit le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O.
   On a $\widehat{AOB}$ est un angle au centre qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{AB}$.
   Et $\widehat{ANB}$ est un angle inscrit qui intercepte le même arc $\overset{\frown}{AB}$.
   Donc $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{ANB} = 2 \times 60 = 120°$

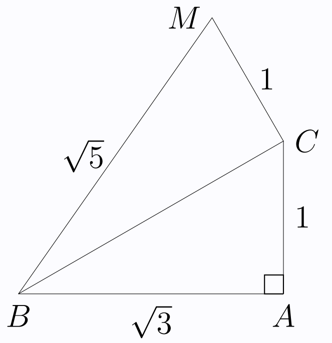
2. Déterminer, en justifiant votre réponse, la mesure de l'angle $\widehat{AMB}$ $(1pt)$

   Soit le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O.
   On a $\widehat{AMB}$ est un angle inscrit qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{AB}$.
   Et $\widehat{ANB}$ est un angle inscrit qui intercepte le même arc $\overset{\frown}{AB}$.
   Donc $\widehat{AMB} = \widehat{ANB} = 60°$

.

Exercice 6

Soit la figure ci-dessous tel que ABC est un triangle rectangle en A, on donne $AC = 1$ et $AB = \sqrt{3}$



1. Montrer que $BC = 2$ $(1pt)$

   On a ABC est un triangle rectangle en A.
   Donc d'après le théorème direct de Pythagore
   On a :

   $$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ &= \sqrt{3}^2 + 1^2 \\ &= 3 + 1 = 4 \end{aligned}$$

   Donc $BC = \sqrt{4} = 2$

2. Calculer $sin(\widehat{ABC})$ $(0,5pt)$

   On a ABC est un triangle rectangle en A.
   Donc $sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{1}{2}$

3. Soit M un point du plan tel que $MB = \sqrt{5}$ et $MC = 1$ (voir figure). $(1pt)$
   Montrer que le triangle MBC est rectangle.

   Soit le triangle MBC
   On a $MC^2 = 1^2 = 1$, $MB^2 = \sqrt{5}^2 = 5$ et $BC^2 = 4$, Donc $MC^2 + BC^2 = MB^2$
   Alors d'après le théorème réciproque de Pythagore
   Le triangle MBC est rectangle en C

4. Calculer $\cos(x)$ sachant que $\sin(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$. $(1pt)$

   On a $sin^2(x) + cos^2(x) = 1$
   Donc $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 + cos^2(x) = 1$
   Alors $\dfrac{2}{9} + cos^2(x) = 1$
   Donc $cos^2(x) = 1 - \dfrac{2}{9} = \dfrac{7}{9}$
   D'où $cos(x) = \sqrt{\dfrac{7}{9}} = \dfrac{\sqrt{7}}{3}$

5. Soit α mesur d'un angle aigu Montrer que

   $$\frac{[\cos(\alpha) + \sin(\alpha)]^2 - 1}{1 - \cos^2(\alpha)} = \frac{2}{\tan(\alpha)} \qquad (1pt)$$

   $$\begin{aligned} &\frac{[\cos(\alpha) + \sin(\alpha)]^2 - 1}{1 - \cos^2(\alpha)} \\ &= \frac{\cos^2(\alpha) + 2\cos(\alpha)\sin(\alpha) + \sin^2(\alpha) - 1}{\sin^2(\alpha)} \\ &= \frac{\cancel{1} + 2\cos(\alpha)\cancel{\sin(\alpha)} - \cancel{1}}{\sin(\alpha)\cancel{\sin(\alpha)}} \\ &= \frac{2\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = 2 \times \frac{1}{\tan(\alpha)} \\ &= \frac{2}{\tan(\alpha)} \end{aligned}$$