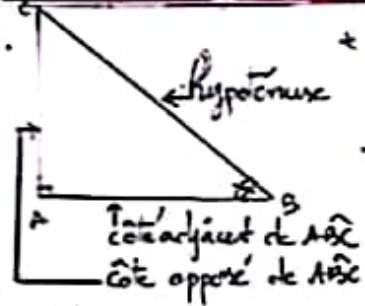


## Les rapports trigonométriques d'un angle aigu



ABC est un triangle rectangle en A  
 En considérant l'angle  $\hat{A}BC$

### Définition:

• **Cosinus:**  $\cos \hat{A}BC = \frac{\text{Côté adjacent de l'angle } \hat{A}BC}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$   
 • **Sinus:**  $\sin \hat{A}BC = \frac{\text{Côté opposé de l'angle } \hat{A}BC}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$   
 • **Tangente:**  $\tan \hat{A}BC = \frac{\text{Côté opposé de l'angle } \hat{A}BC}{\text{Côté adjacent de l'angle } \hat{A}BC} = \frac{AC}{AB}$

### Rapports trigonométriques d'angles particuliers:

$x$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	not well defined

### Relations supplémentaires

$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} \quad \sin^2 x = \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

### Relation entre cos et sin

Propo ①

$x$  mesure d'angle aigu  $0^\circ < x < 90^\circ$   
 On a:  $0 < \cos x < 1$   
 $0 < \sin x < 1$   
 $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Exemple:

$x$  mesure d'angle aigu tel que:  
 $\cos x = \frac{2}{3}$  calculer  $\sin x$   
 On a  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$   
 $\sin^2 x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$   
 $\sin^2 x = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$   
 $\sin x = \sqrt{\frac{5}{9}}$   
 car  $\sin x > 0$ ,  $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$   
 $\Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$

## Relations entre les rapports trigonométriques

### Relation entre cos, sin et tan

Propo ②

$x$  mesure d'angle aigu  $0^\circ < x < 90^\circ$   
 $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Exemple:

$x$  mesure d'angle aigu tel que  $\tan x = 2\sqrt{2}$   
 On a  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow 2\sqrt{2} = \frac{\sin x}{\cos x}$   
 $\Rightarrow \sin x = 2\sqrt{2} \cos x$   
 On a  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$   
 $\Rightarrow (2\sqrt{2} \cos x)^2 + \cos^2 x = 1$   
 $\Rightarrow 9 \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{9}$   
 Alors  $\cos x = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$   
 Or  $\sin x = 2\sqrt{2} \cos x = 2\sqrt{2} \times \frac{1}{3}$   
 $\Rightarrow \sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

### Relations entre cos et sin

Propo ③

$x$  et  $y$  mesure d'angle aigu  
 Complémentaires car  $x + y = 90^\circ$   
 $\cos x = \sin y$   
 $\sin x = \cos y$   
 $\tan x = \frac{1}{\tan y}$

Exemple:

1.  $\cos 5^\circ + 2 \sin^2 22^\circ - \sin 55^\circ - 2 \sin^2 69^\circ$   
 $= \cos 5^\circ - \cos 5^\circ + 2 \sin^2 22^\circ - 2 \cos^2 22^\circ$   
 $= 2(\sin^2 22^\circ - \cos^2 22^\circ)$   
 $= 2 \times (-1) = -2$   
 2.  $\cos^2 13^\circ - \sin^2 62^\circ - \cos^2 77^\circ - \frac{1}{\tan^2 62^\circ}$   
 $= \cos^2 13^\circ + \sin^2 13^\circ + \sin^2 62^\circ - \tan^2 62^\circ$   
 $= 1$

### Questions fréquentes:

- Question ①: Calculer les rapports trigonométriques en utilisant la définition du triangle rectangle.
- Question ②: Calculer  $\cos x$  (ou  $\sin x$ ): En utilisant la propo ① sachant  $\sin x$  (ou  $\cos x$ )
- Question ③: Calculer  $\cos x$  (ou  $\sin x$ ) sachant  $\tan x$ : en mélangeant les propo ② et ③ comme dans l'exemple 2
- Question ④: Calculer  $\tan x$  sachant  $\cos x$  (ou  $\sin x$ ): On calcule d'abord  $\sin x$  (ou  $\cos x$ ) avec la propo ① après  $\tan x$  avec la propo ③
- Question ⑤: simplification des expressions contenant  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $\tan x$  avec la propo ③ et ① ou le tableau (ou les deux)