

# Chapitre ③: Les puissances

## Puissance d'un nombre réel

Définition  
 $a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots \times a}_n$  puissance n de a →  $a$  exposant base  
 et on a:  $a^0 = 1$  et  $a^1 = a$

Propriété d'une puissance  
 Si  $a > 0$  →  $a^n$  positive  
 Si  $a < 0$  →  $n$  pair →  $a^n$  positive  
 Si  $a < 0$  →  $n$  impair →  $a^n$  négative

Exemple  
 $+\sqrt{7}$  positive  
 $+(-5)^{124}$  positive  
 $+(-\frac{\sqrt{3}}{7})^{11}$  négative

Remarque importante  
 \*  $n$  pair donc:  $(-a)^n = a^n$   
 \*  $n$  impair:  $(-a)^n = -a^n$

Exemples  
 $+(-4)^2 = 4^2 = 16$   
 $+(-4)^3 = -4^3 = -64$

Cas particuliers  
 $0^n = 0$ ,  $1^n = 1$ ,  $(-1)^n = \begin{cases} 1 & n \text{ pair} \\ -1 & n \text{ impair} \end{cases}$

Puissance à exposant négatif  
Définition  
 $a^{-n} = (\frac{1}{a})^n = \frac{1}{a^n}$  |  $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$

Exemples  
 $+\sqrt{2}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 $+\frac{1}{\sqrt{3}} = (\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}})^{-2} = (\frac{\sqrt{3}}{-3})^2 = (\frac{\sqrt{3}}{3})^2 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

## Les opérations sur les puissances

même base	$a^n \times a^m = a^{n+m}$	On garde la base, et on somme les exposants
	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	On garde la base, et on soustrait les exposants
même exposant	$(a^n)^m = a^{n \times m}$	On garde la base, et on multiplie les exposants
	$\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$	On garde l'exposant, et on divise les bases

Exemples:  
 $a = \sqrt{5}^3 \times \sqrt{5}^{-7} = \sqrt{5}^{3+(-7)} = \sqrt{5}^{-4} = \frac{1}{\sqrt{5}^4} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$   
 $b = \frac{\sqrt{7}^3}{\sqrt{7}^{-2}} = \sqrt{7}^{3-(-2)} = \sqrt{7}^5 = \sqrt{7}^4 \times \sqrt{7} = (\sqrt{7}^2)^2 \times \sqrt{7} = 7^2 \times \sqrt{7} = 49\sqrt{7}$   
 $c = (\sqrt{7}^2)^3 = \sqrt{7}^{2 \times 3} = \sqrt{7}^6$   
 $d = \sqrt{3}^{-2} \times \sqrt{2}^{-2} = (\sqrt{3} \times \sqrt{2})^{-2} = \sqrt{6}^{-2} = \frac{1}{\sqrt{6}^2} = \frac{1}{6}$   
 $e = \frac{\sqrt{45}^3}{\sqrt{5}^3} = (\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}})^3 = \sqrt{\frac{45}{5}}^3 = \sqrt{9}^3 = 3^3 = 27$

## Écriture scientifique

Définition  
 Soient  $a$  un nombre réel et  $n$  entier relatif  
 l'écriture  $x = a \times 10^n$  ou  $x = -a \times 10^n$  avec  
 $1 \leq a < 10$  s'appelle écriture scientifique de  $x$

Puissance de 10  
 $10^n = \underbrace{100 \dots 00}_n$  zéros  
 $10^{-n} = \underbrace{0,00 \dots 01}_n$  zéros

Exemples  
 $a = 3452 = 3,452 \times 10^3$   
 $b = 0,000023 = 2,3 \times 10^{-5}$   
 $c = 675,25 \times 10^5 = 6,7525 \times 10^2 \times 10^5 = 6,7525 \times 10^7$