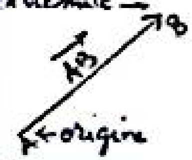
Chapitre ③ : Vecteurs et translation

Vecteurs

Caractéristiques d'un vecteur

$\overrightarrow{AB}$ un vecteur
- Direction : droite (AB)
- Sens : sens de la droite (AB) de A vers B
- norme (module) : longueur AB



Égalité de deux vecteurs

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ càd
- ont même direction : $(AB) // (CD)$
- ont même sens : $A \to B \equiv C \to D$
- ont même normes : $AB = CD$

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont même caractéristique

Somme de deux vecteurs

① Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

② Parallélogramme

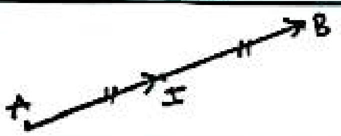
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ signifie que ABCD est parallélogramme

Produit d'un vecteur par un nombre réel

$\overrightarrow{AM} = K.\overrightarrow{AB}$ donc
- Si $K > 0$: alors $AM = K \times AB$ et $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ ont même sens
- Si $K < 0$: alors $AM = -K \times AB$ et $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ ont de sens opposés

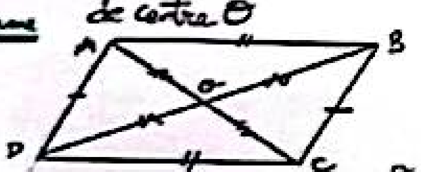
Milieu

I milieu de [AB] càd
- $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$
- $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$



Parallélogramme

ABCD parallélogramme de centre O



Égalité
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$
- $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
- $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$

Somme
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$
- $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$
- $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$

O milieu de [AC] et [BD]

$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$

Propriété importante

- $\overrightarrow{AC} = K.\overrightarrow{AB}$ alors les points A, B et C sont alignés
- $\overrightarrow{AB} = K.\overrightarrow{MN}$ signifie que $(AB) // (MN)$

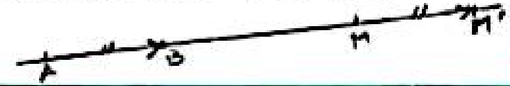
On dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires

Translation

• **Définition** : Le point M' est l'image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ (qui transforme A en B) si et seulement si $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

Cas ① : A, B, M points alignés

$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$ donc $M' \in (AB)$ et $MM' = AB$

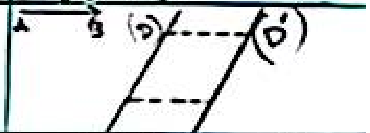


Cas ② : A, B, M points non alignés

$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$ donc ABM'M parallélogramme donc on cherche le quatrième sommet par le compas

Propriété caractéristique : M' et N' sont respectivement les images de M et N par une translation T donc : $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$

Images de quelques figures par une translation

	Nature de figure	son image	Déduction	figure géométrique
Droite	(D)	(D')	$(D) // (D')$	
Segment	[MN]	[M'N']	$MN = M'N'$ $(MN) // (M'N')$	
angle	$\widehat{MON}$	$\widehat{M'O'N'}$	$\widehat{MON} = \widehat{M'O'N'}$	
Cercle	$C(O, r)$	$C'(O', r)$	Ont même rayon	

Propriétés de la translation (utilisé en démonstration)

- Conserve l'alignement des points : A, B et M points alignés alors A', B' et M' sont aussi alignés
- Conserve le milieu : I milieu de [AB] donc I' milieu de [A'B']
- Conserve la distance : $M'N' = MN$
- Conserve les mesures des angles : $\widehat{M'O'N'} = \widehat{MON}$