

calcul littéral

3/02/2025

1. Réduire une expression littérale:

En mathématique, la lettre désigne un nombre inconnu.
Une expression littérale est une expression qui contient des nombres, des lettres et des opérations.

Exemples de réduction des expressions:

$$A = 2a + 3a \\ = 5a.$$

$$B = 7t - 4t \\ = 3t$$

$$C = -9b - 4b. \\ = -13b.$$

$$D = -10y + 12y \\ = 2y.$$

$$E = 8x - 11x. \\ = -3x.$$

$$F = 2x + 3y \text{ (on ne peut pas réduire)}$$

$$G = 3b - 2 \text{ (on ne peut pas réduire)}$$

$$H = 5c + 3c^2 \text{ (on ne peut pas réduire)}.$$

$$I = 5x + 4y - 2x - 11y. \\ = 5x - 2x + 4y - 11y. \\ = 3x - 7y.$$

$$J = -2a - 5 + 7a + 12 \\ = -2a + 7a - 5 + 12. \\ = 5a + 7.$$

$$K = 2x \times 5 \\ = 10x.$$

$$L = -8x \times 3y \\ = -24xy$$

$$Q = (-4x^2) \times (-3x^5) \\ = 12x^7$$

$$P = 2 \times 3x + 5 - 8 \times 2x \\ = 6x + 5 - 16x \\ = 6x - 16x + 5 \\ = -10x + 5$$

$$Q = -3 \times 2x + 5x \times 2y - x \times 9y \\ = -6x + 10xy - 9xy \\ = -6x + xy$$

$$R = 2a - (5a + 2b) + (11b - a) \\ = 2a - 5a - 2b - 11b - a \\ = 2a - 5a - a - 2b + 11b \\ = -4a + 9b$$

2. Développement et factorisation:

Règle 1:

Soient a , b et k des nombres rationnels:

$$k(a+b) = ka + kb$$

$$k(a-b) = ka - kb$$

Remarques:

$$1) \underbrace{k(a+b)}_{\text{Produit}} = \underbrace{ka + kb}_{\text{Somme}}$$

$$\underbrace{k(a-b)}_{\text{Produit}} = \underbrace{ka - kb}_{\text{différence}}$$

Le développement c'est écrire un produit sous forme d'une somme ou une différence.

Pour développer une expression on utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et la soustraction.

$$ka + kb = k(a+b)$$

$$\underbrace{ka - kb}_{\text{différence}} = \underbrace{k(a-b)}_{\text{Produit}}$$

Il est appelé **le facteur commun**.

La factorisation c'est écrire une somme ou une différence sous forme d'un produit.

Pour factoriser une expression on cherche le facteur commun.

Applications aux développements.

$$A = 2(3x + 7)$$

$$= 2 \times 3x + 2 \times 7.$$

$$= 6x + 14.$$

$$B = 5a(4a - 3b).$$

$$= 5a \times 4a - 5a \times 3b.$$

$$= 20a^2 - 15ab.$$

$$C = -4x(2x - 7).$$

$$= -4x \times 2x + 4x \times 7.$$

$$= -8x^2 + 28x.$$

$$D = -4a(-7a + 5b).$$

$$= 4a \times 7a - 4a \times 5b.$$

$$= 28a^2 - 20ab.$$

Applications à la factorisation:

$$E = 2x + 2y.$$

$$= 2(x + y).$$

$$F = 7x - 21.$$

$$= 7x - 7 \times 3.$$

$$= 7(x - 3).$$

$$G = 12x + 15y.$$

$$= 3 \times 4x + 3 \times 5y.$$

$$= 3(4x + 5y).$$

$$H = 20ab - 12b^2$$

$$= 4 \times 5 \times a \times b - 4 \times 3 \times b \times b.$$

$$= 4b(5a - 3b).$$

$$I = 25x^3 + 15x^2.$$

$$= 5 \times 5 \times x \times x \times x + 5 \times 3 \times x \times x.$$

$$5x^2(5x+3).$$

Règle

a, b, c et d des nombres rationnels.

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd.$$

$$(a-b)(c+d) = ac + ad - bc - bd.$$

$$(a-c)(b-d) = ab - ad - cb + cd.$$

Exemple:

$$X = (x - 2y)(-2x + 3y).$$

$$= -x \times 2x + x \times 3y + 2y \times 2x - 2y \times 3y.$$

$$= -2x^2 + 3xy + 4xy - 6y^2.$$

$$= -2x^2 + 7xy - 6y^2.$$

$$Y = (-5a + 3)(2a - 7).$$

$$= -5a \times 2a + 5a \times 7 + 3 \times 2a - 3 \times 7.$$

$$= -10a^2 + 35a + 6a - 21.$$

$$= -10a^2 + 41a - 21.$$

3. Identités remarquables.

Règle:

a et b deux nombres rationnels.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$$(a-b)(a+b) = (a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

Identités remarquables et développement.

$$A = (2x + 3)^2.$$

$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2.$$

$$= 4x^2 + 12x + 9.$$

$$B = (7a - 9b)^2.$$

$$= (7a)^2 - 2 \times 7a \times 9b + (9b)^2.$$

$$= 49a^2 - 126ab + 81b^2.$$

$$C = (11x + 5)(11x - 5).$$

$$= (11x)^2 - 5^2$$

$$= 121x^2 - 25$$

Identité remarquables et factorisation.

$$D = 3x^2 - 6x + 1$$

$$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2$$

$$= (3x - 1)^2$$

$$E = 25x^2 - 16$$

$$= (5x)^2 - 4^2$$

$$= (5x - 4)(5x + 4)$$

$$F = x^2 - x + \frac{1}{4}$$

$$= x^2 - 2 \times x \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

Exc 1 p 96:

$$A = 3x^2 - 5x - 6x^2 + 7 - 4x - 2$$

$$= 3x^2 - 6x^2 - 5x - 4x + 7 - 2$$

$$= -3x^2 - 9x + 5$$

$$B = -a + 3 - 5a + \frac{a}{2} - 5 - a$$

$$= -a - 5a + \frac{a}{2} - a^2 + 3 - 5$$

$$= -\frac{13}{2}a - 2$$

$$C = -8b^2 - \frac{3}{7}b - 10 + \frac{1}{14}b - \frac{1}{28}b + 4b^2$$

$$= -8b^2 + 4b^2 - \frac{3}{7}b + \frac{1}{14}b - \frac{1}{28}b - 10$$

$$= -4b^2 - \frac{11}{28}b - 10$$

Exc 5 p 96

$$A = 9 - 2(3x - 1)$$

$$= 9 - 2 \times 3x + 2 \times 1$$

$$= 9 - 6x + 2$$

$$= 9 + 2 - 6x$$

$$= 11 - 6x$$

$$B = 3(4x - 5) - (x + 7)$$

$$= 3 \times 4x - 3 \times 5 - x + 7$$

$$= 12x - 15x + 7$$

$$= 11x - 22.$$

$$\begin{aligned} c &= \frac{5}{2}(x-6) + \frac{3}{4}(2x - \frac{1}{6}) \\ &= \frac{5}{2}x - \frac{5}{2} \times 6 + \frac{3}{4} \times 2x - \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{5}{2}x - 15 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{8} \\ &= 4x - \frac{121}{8} \end{aligned}$$

Exercice 18p 98:

$$\begin{aligned} 1) A &= 81x^2 - 49 - (9x+7)(3x-3) \\ &= 81x^2 - 49 - (9x \times 3x - 9x \times 3 + 7 \times 3x - 7 \times 3) \\ &= 81x^2 - 49 - (27x^2 - 27x + 21x - 21) \\ &= 81x^2 - 49 - (27x^2 - 6x - 21) \\ &= 81x^2 - 49 - 27x^2 + 6x + 21 \\ &= 54x^2 + 6x - 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) A &= 81x^2 - 49 - (9x+7)(3x-3) \\ &= (9x^2 - 7^2) - (9x+7)(3x-3) \\ &= (9x-7)(9x+7) - (9x+7)(3x-3) \\ &= (9x+7)[(9x-7) - (3x-3)] \\ &= (9x+7)(9x-7-3x+3) \\ &= (9x+7)(6x-4) \\ &= (9x+7)(2 \times 3x - 2 \times 2) \\ &= 2(9x+7)(3x-2) \end{aligned}$$

3) Si $x = -\frac{3}{2}$ alors:

$$A = 54 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 6 \times \frac{-3}{2} - 28$$

$$\begin{aligned} &= 54 \times \frac{9}{4} - 9 - 28 \\ &= \frac{486}{4} - 436 - 112 \\ &= \frac{338}{4} \end{aligned}$$

Exercice 22p 98:

$$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$$

$$x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$$

$$4x^2 + 28x + 49 = (2x+7)^2$$

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$25x^2 + 30x + 9 = (5x + 3)^2$$

$$\frac{25}{4}x^2 - 5x + 1 = \left(\frac{5}{2}x - 1\right)^2$$